

CONJUNTO DE EJERCICIOS 1.5



Ejercicios de concepto/redacción

1. a) Proporcione la regla del producto para exponentes.
b) Explique la regla del producto.
2. a) Dé la regla del cociente para exponentes.
b) Explique la regla del cociente.
3. a) Proporcione la regla del exponente cero.
b) Explique la regla del exponente cero.
4. a) Proporcione la regla del exponente negativo.
b) Explique la regla del exponente negativo.
5. a) Proporcione la regla para elevar un producto a una potencia.
b) Explique la regla para elevar un producto a una potencia.
6. a) Proporcione la regla para elevar una potencia a una potencia.
b) Explique la regla para elevar una potencia a una potencia.
7. a) Proporcione la regla para elevar un cociente a una potencia.
b) Explique la regla para elevar un cociente a una potencia.
8. Si no aparece exponente en una variable o coeficiente, ¿cuál es su exponente?
9. Si $x^{-1} = 5$, ¿cuál es el valor de x ? Explique.
10. Si $x^{-1} = y^2$, ¿a qué es igual x ? Explique.
11. a) Explique la diferencia entre el opuesto de x y el recíproco de x .
Para las partes b) y c) considere
$$x^{-1}, \quad -x, \quad \frac{1}{x}, \quad \frac{1}{x^{-1}},$$

b) ¿Cuál representa (o es igual a) el *recíproco* de x ?
c) ¿Cuál representa el *opuesto* (o *inverso aditivo*) de x ?
12. Explique por qué $-2^{-2} \neq \frac{1}{(-2)^2}$.

Práctica de habilidades

Evalúe cada expresión.

- | | | | |
|---------------------|---------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| 13. $2^3 \cdot 2^2$ | 14. $3^2 \cdot 3^3$ | 15. $\frac{3^7}{3^5}$ | 16. $\frac{8^4}{8^3}$ |
| 17. 9^{-2} | 18. 5^{-2} | 19. $\frac{1}{5^{-3}}$ | 20. $\frac{1}{3^{-2}}$ |
| 21. 15^0 | 22. 19^0 | 23. $(2^3)^2$ | 24. $(3^2)^2$ |
| 25. $(2 \cdot 4)^2$ | 26. $(6 \cdot 5)^2$ | 27. $\left(\frac{4}{7}\right)^2$ | 28. $\left(\frac{2}{5}\right)^4$ |

Evalúe cada expresión.

- | | | | |
|--|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|
| 29. a) 3^{-2} | b) $(-3)^{-2}$ | c) -3^{-2} | d) $-(-3)^{-2}$ |
| 30. a) 4^{-3} | b) $(-4)^{-3}$ | c) -4^{-3} | d) $-(-4)^{-3}$ |
| 31. a) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$ | b) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}$ | c) $-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$ | d) $-\left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}$ |
| 32. a) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}$ | b) $\left(-\frac{3}{4}\right)^{-2}$ | c) $-\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}$ | d) $-\left(-\frac{3}{4}\right)^{-2}$ |

Simplifique cada expresión y escriba la respuesta sin exponentes negativos. Suponga que todas las bases representadas por medio de variables son diferentes de cero.

- | | | | |
|--------------------|----------------|---------------|---------------|
| 33. a) $5x^0$ | b) $-5x^0$ | c) $(-5x)^0$ | d) $-(-5x)^0$ |
| 34. a) $4y^0$ | b) $(4y)^0$ | c) $-4y^0$ | d) $(-4y)^0$ |
| 35. a) $3xyz^0$ | b) $(3xyz)^0$ | c) $3x(yz)^0$ | d) $3(xyz)^0$ |
| 36. a) $x^0 + y^0$ | b) $(x + y)^0$ | c) $x + y^0$ | d) $x^0 + y$ |

Simplifique cada expresión y escriba la respuesta sin exponentes negativos.

- | | | | |
|------------------------------------|------------------------------|--------------------------------|------------------------------------|
| 37. $7y^{-3}$ | 38. $\frac{1}{x^{-1}}$ | 39. $\frac{9}{x^{-4}}$ | 40. $\frac{8}{5y^{-2}}$ |
| 41. $\frac{2a}{b^{-3}}$ | 42. $\frac{10x^4}{y^{-1}}$ | 43. $\frac{13m^{-2}n^{-3}}{2}$ | 44. $\frac{10x^{-3}}{z^4}$ |
| 45. $\frac{5x^{-2}y^{-3}}{z^{-4}}$ | 46. $\frac{15ab^5}{3c^{-3}}$ | 47. $\frac{9^{-1}x^{-1}}{y}$ | 48. $\frac{8^{-1}z}{x^{-1}y^{-1}}$ |

Simplifique cada expresión y escriba la respuesta sin exponentes negativos.

49. $2^5 \cdot 2^{-7}$

50. $a^3 \cdot a^5$

51. $x^6 \cdot x^{-4}$

52. $x^{-4} \cdot x^3$

53. $\frac{8^5}{8^3}$

54. $\frac{4^2}{4^{-2}}$

55. $\frac{7^{-5}}{7^{-3}}$

56. $\frac{x^{-9}}{x^2}$

57. $\frac{m^{-6}}{m^5}$

58. $\frac{p^0}{p^{-8}}$

59. $\frac{5w^{-2}}{w^{-7}}$

60. $\frac{x^{-4}}{x^{-6}}$

61. $3a^{-2} \cdot 4a^{-6}$

62. $(-7v^4)(-3v^{-5})$

63. $(-3p^{-2})(-p^3)$

64. $(2x^{-3}y^{-4})(6x^{-4}y^7)$

65. $(5r^2s^{-2})(-2r^5s^2)$

66. $(-6p^{-4}q^6)(2p^3q)$

67. $(2x^4y^7)(4x^3y^{-5})$

68. $\frac{24x^3y^2}{8xy}$

69. $\frac{33x^5y^{-4}}{11x^3y^2}$

70. $\frac{6x^{-2}y^3z^{-2}}{-2x^4y}$

71. $\frac{9xy^{-4}z^3}{-3x^{-2}yz}$

72. $\frac{(x^{-2})(4x^2)}{x^3}$

Evalúe cada expresión.

73. a) $4(a + b)^0$

b) $4a^0 + 4b^0$

c) $(4a + 4b)^0$

d) $-4a^0 + 4b^0$

74. a) $-2^0 + (-2)^0$

b) $-2^0 - (-2)^0$

c) $-2^0 + 2^0$

d) $-2^0 - 2^0$

75. a) $4^{-1} - 3^{-1}$

b) $4^{-1} + 3^{-1}$

c) $2 \cdot 4^{-1} + 3 \cdot 5^{-1}$

d) $(2 \cdot 4)^{-1} + (3 \cdot 5)^{-1}$

76. a) $5^{-2} + 4^{-1}$

b) $5^{-2} - 4^{-1}$

c) $3 \cdot 5^{-2} + 2 \cdot 4^{-1}$

d) $(3 \cdot 5)^{-2} - (2 \cdot 4)^{-1}$

Simplifique cada expresión y escriba la respuesta sin exponentes negativos.

77. $(3^2)^2$

78. $(5^2)^{-1}$

79. $(3^2)^{-2}$

80. $(x^2)^{-3}$

81. $(b^{-3})^{-2}$

82. $(-c)^4$

83. $(-c)^3$

84. $(-x)^{-2}$

85. $(-4x^{-3})^2$

86. $-10(x^{-3})^2$

87. $5^{-1} + 2^{-1}$

88. $4^{-2} + 8^{-1}$

89. $3 \cdot 4^{-2} + 9 \cdot 8^{-1}$

90. $5 \cdot 2^{-3} + 7 \cdot 4^{-2}$

91. $\left(\frac{4b}{3}\right)^{-2}$

92. $(-10m^3n^2)^3$

93. $(4x^2y^{-2})^2$

94. $(4x^2y^3)^{-3}$

95. $(5p^2q^{-4})^{-3}$

96. $(8s^{-3}r^{-4})^2$

97. $(-3g^{-4}h^3)^{-3}$

98. $9(x^2y^{-1})^{-4}$

99. $\left(\frac{3j}{4k^2}\right)^2$

100. $\left(\frac{3x^2y^4}{z}\right)^3$

101. $\left(\frac{2r^4s^5}{r^2}\right)^3$

102. $\left(\frac{5m^5n^6}{10m^4n^7}\right)^3$

103. $\left(\frac{4xy}{y^3}\right)^{-3}$

104. $\left(\frac{7x^{-2}}{xy}\right)^{-2}$

105. $\left(\frac{5x^{-2}y}{x^{-5}}\right)^3$

106. $\left(\frac{4x^2y}{x^{-5}}\right)^{-3}$

107. $\left(\frac{10x^2y}{5xz}\right)^{-3}$

108. $\left(\frac{4xy}{z^{-2}}\right)^3$

109. $\left(\frac{x^8y^{-2}}{x^{-2}y^3}\right)^2$

110. $\left(\frac{x^2y^{-3}z^5}{x^{-1}y^2z^3}\right)^{-1}$

111. $\left(\frac{4x^{-1}y^{-2}z^3}{2xy^2z^{-3}}\right)^{-2}$

112. $\left(\frac{6x^4y^{-6}z^4}{2xy^{-6}z^{-2}}\right)^{-2}$

113. $\left(\frac{-a^3b^{-1}c^{-3}}{4ab^3c^{-4}}\right)^{-3}$

114. $\frac{(2x^{-1}y^{-2})^{-3}}{(5x^{-1}y^3)^2}$

115. $\frac{(3x^{-4}y^2)^3}{(2x^3y^5)^3}$

116. $\frac{(2xy^2z^{-3})^2}{(9x^{-1}yz^2)^{-1}}$

Resolución de problemas

Simplifique cada expresión. Suponga que todas las variables representan enteros distintos de cero.

117. $x^{2a} \cdot x^{5a+3}$

118. $y^{2m+3} \cdot y^{5m-7}$

119. $w^{2a-5} \cdot w^{3a-2}$

120. $d^{-4x+7} \cdot d^{5x-6}$

121. $\frac{x^{2w+3}}{x^{w-4}}$

122. $\frac{y^{5m-1}}{y^{7m-1}}$

123. $(x^{3p+5})(x^{2p-3})$

124. $(s^{2t-3})(s^{-t+5})$

125. $x^{-m}(x^{3m+2})$

126. $y^{3b+2} \cdot y^{2b+4}$

127. $\frac{30m^{a+b}n^{b-a}}{6m^{a-b}n^{a+b}}$

128. $\frac{24x^c+3y^{d+4}}{8x^{c-4}y^{d+6}}$

129. a) ¿Para qué valores de x es $x^4 > x^3$?
 b) ¿Para qué valores de x es $x^4 < x^3$?
 c) ¿Para qué valores de x es $x^4 = x^3$?
 d) ¿Por qué no puede decir que $x^4 > x^3$?
130. ¿ 3^{-8} es mayor o menor que 2^{-8} ? Explique.
131. a) Explique por qué $(-1)^n = 1$ para cualquier número par n .
 b) Explique por qué $(-1)^n = -1$ para cualquier número impar n .
132. a) Explique por qué $(-12)^{-8}$ es positivo.
 b) Explique por qué $(-12)^{-7}$ es negativo.
133. a) ¿ $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}$ es igual a $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$?
 b) ¿ $(x)^{-2}$ será igual a $(-x)^{-2}$ para todos los números reales, excepto 0? Explique su respuesta.
134. a) ¿ $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}$ es igual a $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$?
 b) ¿ $(x)^{-3}$ será igual a $(-x)^{-3}$ para cualquier número real distinto de cero? Explique.
 c) ¿Cuál es la relación entre $(-x)^{-3}$ y $(x)^{-3}$ para cualquier número real distinto de cero x ?

Determine cuáles exponentes deben ser colocados en el área sombreada para hacer verdadera cada proposición. Cada área sombreada puede representar un exponente diferente. Explique cómo determinó su respuesta.

135. $\left(\frac{x^2 y^{-2}}{x^{-3} y}\right)^2 = x^{10} y^2$ 136. $\left(\frac{x^{-2} y^3 z}{x^4 y z^{-3}}\right)^3 = \frac{z^{12}}{x^{18} y^6}$ 137. $\left(\frac{x y^5 z^{-2}}{x^4 y z}\right)^{-1} = \frac{x^5 z^3}{y^2}$

Retos

En la sección 7.2 aprenderemos que las reglas de los exponentes dadas en esta sección también se aplican cuando los exponentes son números racionales. Usando esta información y las reglas de los exponentes, evalúe cada expresión.

138. $\left(\frac{x^{1/2}}{x^{-1}}\right)^{3/2}$ 139. $\left(\frac{x^{5/8}}{x^{1/4}}\right)^3$ 140. $\left(\frac{x^4}{x^{-1/2}}\right)^{-1}$

141. $\frac{x^{1/2} y^{-3/2}}{x^3 y^{5/3}}$ 142. $\left(\frac{x^{1/2} y^4}{x^{-3} y^{5/2}}\right)^2$

Actividad en grupo

Analice y responda en grupo el ejercicio 143.

143. **Duplicación de un centavo** El día 1 se le da un centavo. En cada día siguiente se le da el doble de la cantidad que se le dio el día anterior.
- a) Escriba las cantidades que se le darían en cada uno de los primeros 6 días.
- b) Expresé cada uno de estos números como una expresión exponencial con una base de 2.
- c) Buscando un patrón, determine una expresión exponencial para el número de centavos que recibirá el día 10.
- d) Escriba una expresión exponencial general para el número de centavos que recibirá el día n .
- e) Escriba una expresión exponencial para el número de centavos que recibirá el día 30.
- f) Calcule el valor de la expresión en la parte e). Utilice una calculadora si tiene alguna disponible.
- g) Determine la cantidad, en dólares, que encontró en la parte f).
- h) Escriba una expresión exponencial general para el número de dólares que recibirá en el día n .

Ejercicios de repaso acumulativo

- [1.2] 144. Si $A = \{3, 4, 6\}$ y $B = \{1, 2, 5, 9\}$, determine
 a) $A \cup B$ y
 b) $A \cap B$.
145. Ilustre el conjunto siguiente en la recta numérica:
 $\{x \mid -3 \leq x < 2\}$.
- [1.4] 146. Evalúe $8 + |12| \div |-3| - 4 \cdot 2^2$.
147. Evalúe $\sqrt[3]{-125}$.