

CONJUNTO DE EJERCICIOS 1.5



Ejercicios de concepto/redacción

- 1. a) Proporcione la regla del producto para exponentes.
b) Explique la regla del producto.
- 2. a) Dé la regla del cociente para exponentes.
b) Explique la regla del cociente.
- 3. a) Proporcione la regla del exponente cero.
b) Explique la regla del exponente cero.
- 4. a) Proporcione la regla del exponente negativo.
b) Explique la regla del exponente negativo.
- 5. a) Proporcione la regla para elevar un producto a una potencia.
b) Explique la regla para elevar un producto a una potencia.
- 6. a) Proporcione la regla para elevar una potencia a una potencia.
b) Explique la regla para elevar una potencia a una potencia.
- 7. a) Proporcione la regla para elevar un cociente a una potencia.
b) Explique la regla para elevar un cociente a una potencia.
- 8. Si no aparece exponente en una variable o coeficiente, ¿cuál es su exponente?
- 9. Si $x^{-1} = 5$, ¿cuál es el valor de x ? Explique.
- 10. Si $x^{-1} = y^2$, ¿a qué es igual x ? Explique.
- 11. a) Explique la diferencia entre el opuesto de x y el recíproco de x .
Para las partes b) y c) considere
$$x^{-1}, \quad -x, \quad \frac{1}{x}, \quad \frac{1}{x^{-1}},$$

b) ¿Cuál representa (o es igual a) el *recíproco* de x ?
c) ¿Cuál representa el *opuesto* (o *inverso aditivo*) de x ?
- 12. Explique por qué $-2^{-2} \neq \frac{1}{(-2)^2}$.

Práctica de habilidades

Evalúe cada expresión.

- | | | | |
|---------------------|---------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| 13. $2^3 \cdot 2^2$ | 14. $3^2 \cdot 3^3$ | 15. $\frac{3^7}{3^5}$ | 16. $\frac{8^4}{8^3}$ |
| 17. 9^{-2} | 18. 5^{-2} | 19. $\frac{1}{5^{-3}}$ | 20. $\frac{1}{3^{-2}}$ |
| 21. 15^0 | 22. 19^0 | 23. $(2^3)^2$ | 24. $(3^2)^2$ |
| 25. $(2 \cdot 4)^2$ | 26. $(6 \cdot 5)^2$ | 27. $\left(\frac{4}{7}\right)^2$ | 28. $\left(\frac{2}{5}\right)^4$ |

Evalúe cada expresión.

- | | | | |
|--|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|
| 29. a) 3^{-2} | b) $(-3)^{-2}$ | c) -3^{-2} | d) $-(-3)^{-2}$ |
| 30. a) 4^{-3} | b) $(-4)^{-3}$ | c) -4^{-3} | d) $-(-4)^{-3}$ |
| 31. a) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$ | b) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}$ | c) $-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$ | d) $-\left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}$ |
| 32. a) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}$ | b) $\left(-\frac{3}{4}\right)^{-2}$ | c) $-\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}$ | d) $-\left(-\frac{3}{4}\right)^{-2}$ |

Simplifique cada expresión y escriba la respuesta sin exponentes negativos. Suponga que todas las bases representadas por medio de variables son diferentes de cero.

- | | | | |
|--------------------|----------------|---------------|---------------|
| 33. a) $5x^0$ | b) $-5x^0$ | c) $(-5x)^0$ | d) $-(-5x)^0$ |
| 34. a) $4y^0$ | b) $(4y)^0$ | c) $-4y^0$ | d) $(-4y)^0$ |
| 35. a) $3xyz^0$ | b) $(3xyz)^0$ | c) $3x(yz)^0$ | d) $3(xyz)^0$ |
| 36. a) $x^0 + y^0$ | b) $(x + y)^0$ | c) $x + y^0$ | d) $x^0 + y$ |

Simplifique cada expresión y escriba la respuesta sin exponentes negativos.

- | | | | |
|------------------------------------|------------------------------|--------------------------------|------------------------------------|
| 37. $7y^{-3}$ | 38. $\frac{1}{x^{-1}}$ | 39. $\frac{9}{x^{-4}}$ | 40. $\frac{8}{5y^{-2}}$ |
| 41. $\frac{2a}{b^{-3}}$ | 42. $\frac{10x^4}{y^{-1}}$ | 43. $\frac{13m^{-2}n^{-3}}{2}$ | 44. $\frac{10x^{-3}}{z^4}$ |
| 45. $\frac{5x^{-2}y^{-3}}{z^{-4}}$ | 46. $\frac{15ab^5}{3c^{-3}}$ | 47. $\frac{9^{-1}x^{-1}}{y}$ | 48. $\frac{8^{-1}z}{x^{-1}y^{-1}}$ |

Simplifique cada expresión y escriba la respuesta sin exponentes negativos.

49. $2^5 \cdot 2^{-7}$

50. $a^3 \cdot a^5$

51. $x^6 \cdot x^{-4}$

52. $x^{-4} \cdot x^3$

53. $\frac{8^5}{8^3}$

54. $\frac{4^2}{4^{-2}}$

55. $\frac{7^{-5}}{7^3}$

56. $\frac{x^{-9}}{x^2}$

57. $\frac{m^{-6}}{m^5}$

58. $\frac{p^0}{p^{-8}}$

59. $\frac{5w^{-2}}{w^{-7}}$

60. $\frac{x^{-4}}{x^{-6}}$

61. $3a^{-2} \cdot 4a^{-6}$

62. $(-7v^4)(-3v^{-5})$

63. $(-3p^{-2})(-p^3)$

64. $(2x^{-3}y^{-4})(6x^{-4}y^7)$

65. $(5r^2s^{-2})(-2r^5s^2)$

66. $(-6p^{-4}q^6)(2p^3q)$

67. $(2x^4y^7)(4x^3y^{-5})$

68. $\frac{24x^3y^2}{8xy}$

69. $\frac{33x^5y^{-4}}{11x^3y^2}$

70. $\frac{6x^{-2}y^3z^{-2}}{-2x^4y}$

71. $\frac{9xy^{-4}z^3}{-3x^{-2}yz}$

72. $\frac{(x^{-2})(4x^2)}{x^3}$

Evalúe cada expresión.

73. a) $4(a + b)^0$

b) $4a^0 + 4b^0$

c) $(4a + 4b)^0$

d) $-4a^0 + 4b^0$

74. a) $-2^0 + (-2)^0$

b) $-2^0 - (-2)^0$

c) $-2^0 + 2^0$

d) $-2^0 - 2^0$

75. a) $4^{-1} - 3^{-1}$

b) $4^{-1} + 3^{-1}$

c) $2 \cdot 4^{-1} + 3 \cdot 5^{-1}$

d) $(2 \cdot 4)^{-1} + (3 \cdot 5)^{-1}$

76. a) $5^{-2} + 4^{-1}$

b) $5^{-2} - 4^{-1}$

c) $3 \cdot 5^{-2} + 2 \cdot 4^{-1}$

d) $(3 \cdot 5)^{-2} - (2 \cdot 4)^{-1}$

Simplifique cada expresión y escriba la respuesta sin exponentes negativos.

77. $(3^2)^2$

78. $(5^2)^{-1}$

79. $(3^2)^{-2}$

80. $(x^2)^{-3}$

81. $(b^{-3})^{-2}$

82. $(-c)^4$

83. $(-c)^3$

84. $(-x)^{-2}$

85. $(-4x^{-3})^2$

86. $-10(x^{-3})^2$

87. $5^{-1} + 2^{-1}$

88. $4^{-2} + 8^{-1}$

89. $3 \cdot 4^{-2} + 9 \cdot 8^{-1}$

90. $5 \cdot 2^{-3} + 7 \cdot 4^{-2}$

91. $\left(\frac{4b}{3}\right)^{-2}$

92. $(-10m^3n^2)^3$

93. $(4x^2y^{-2})^2$

94. $(4x^2y^3)^{-3}$

95. $(5p^2q^{-4})^{-3}$

96. $(8s^{-3}r^{-4})^2$

97. $(-3g^{-4}h^3)^{-3}$

98. $9(x^2y^{-1})^{-4}$

99. $\left(\frac{3j}{4k^2}\right)^2$

100. $\left(\frac{3x^2y^4}{z}\right)^3$

101. $\left(\frac{2r^4s^5}{r^2}\right)^3$

102. $\left(\frac{5m^5n^6}{10m^4n^7}\right)^3$

103. $\left(\frac{4xy}{y^3}\right)^{-3}$

104. $\left(\frac{7x^{-2}}{xy}\right)^{-2}$

105. $\left(\frac{5x^{-2}y}{x^{-5}}\right)^3$

106. $\left(\frac{4x^2y}{x^{-5}}\right)^{-3}$

107. $\left(\frac{10x^2y}{5xz}\right)^{-3}$

108. $\left(\frac{4xy}{z^{-2}}\right)^3$

109. $\left(\frac{x^8y^{-2}}{x^{-2}y^3}\right)^2$

110. $\left(\frac{x^2y^{-3}z^5}{x^{-1}y^2z^3}\right)^{-1}$

111. $\left(\frac{4x^{-1}y^{-2}z^3}{2xy^2z^{-3}}\right)^{-2}$

112. $\left(\frac{6x^4y^{-6}z^4}{2xy^{-6}z^{-2}}\right)^{-2}$

113. $\left(\frac{-a^3b^{-1}c^{-3}}{4ab^3c^{-4}}\right)^{-3}$

114. $\frac{(2x^{-1}y^{-2})^{-3}}{(5x^{-1}y^3)^2}$

115. $\frac{(3x^{-4}y^2)^3}{(2x^3y^5)^3}$

116. $\frac{(2xy^2z^{-3})^2}{(9x^{-1}yz^2)^{-1}}$

Resolución de problemas

Simplifique cada expresión. Suponga que todas las variables representan enteros distintos de cero.

117. $x^{2a} \cdot x^{5a+3}$

118. $y^{2m+3} \cdot y^{5m-7}$

119. $w^{2a-5} \cdot w^{3a-2}$

120. $d^{-4x+7} \cdot d^{5x-6}$

121. $\frac{x^{2w+3}}{x^{w-4}}$

122. $\frac{y^{5m-1}}{y^{7m-1}}$

123. $(x^{3p+5})(x^{2p-3})$

124. $(s^{2t-3})(s^{-t+5})$

125. $x^{-m}(x^{3m+2})$

126. $y^{3b+2} \cdot y^{2b+4}$

127. $\frac{30m^{a+b}n^{b-a}}{6m^{a-b}n^{a+b}}$

128. $\frac{24x^{c+3}y^{d+4}}{8x^{c-4}y^{d+6}}$

129. a) ¿Para qué valores de x es $x^4 > x^3$?
 b) ¿Para qué valores de x es $x^4 < x^3$?
 c) ¿Para qué valores de x es $x^4 = x^3$?
 d) ¿Por qué no puede decir que $x^4 > x^3$?
130. ¿ 3^{-8} es mayor o menor que 2^{-8} ? Explique.
131. a) Explique por qué $(-1)^n = 1$ para cualquier número par n .
 b) Explique por qué $(-1)^n = -1$ para cualquier número impar n .
132. a) Explique por qué $(-12)^{-8}$ es positivo.
 b) Explique por qué $(-12)^{-7}$ es negativo.
133. a) ¿ $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}$ es igual a $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$?
 b) ¿ $(x)^{-2}$ será igual a $(-x)^{-2}$ para todos los números reales, excepto 0? Explique su respuesta.
134. a) ¿ $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3}$ es igual a $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$?
 b) ¿ $(x)^{-3}$ será igual a $(-x)^{-3}$ para cualquier número real distinto de cero? Explique.
 c) ¿Cuál es la relación entre $(-x)^{-3}$ y $(x)^{-3}$ para cualquier número real distinto de cero x ?

Determine cuáles exponentes deben ser colocados en el área sombreada para hacer verdadera cada proposición. Cada área sombreada puede representar un exponente diferente. Explique cómo determinó su respuesta.

135. $\left(\frac{x^2 y^{-2}}{x^{-3} y}\right)^2 = x^{10} y^2$ 136. $\left(\frac{x^{-2} y^3 z}{x^4 y z^{-3}}\right)^3 = \frac{z^{12}}{x^{18} y^6}$ 137. $\left(\frac{x y^5 z^{-2}}{x^4 y z}\right)^{-1} = \frac{x^5 z^3}{y^2}$

Retos

En la sección 7.2 aprenderemos que las reglas de los exponentes dadas en esta sección también se aplican cuando los exponentes son números racionales. Usando esta información y las reglas de los exponentes, evalúe cada expresión.

138. $\left(\frac{x^{1/2}}{x^{-1}}\right)^{3/2}$ 139. $\left(\frac{x^{5/8}}{x^{1/4}}\right)^3$ 140. $\left(\frac{x^4}{x^{-1/2}}\right)^{-1}$

141. $\frac{x^{1/2} y^{-3/2}}{x^3 y^{5/3}}$ 142. $\left(\frac{x^{1/2} y^4}{x^{-3} y^{5/2}}\right)^2$

Actividad en grupo

Analice y responda en grupo el ejercicio 143.

143. **Duplicación de un centavo** El día 1 se le da un centavo. En cada día siguiente se le da el doble de la cantidad que se le dio el día anterior.
- a) Escriba las cantidades que se le darían en cada uno de los primeros 6 días.
- b) Expresé cada uno de estos números como una expresión exponencial con una base de 2.
- c) Buscando un patrón, determine una expresión exponencial para el número de centavos que recibirá el día 10.
- d) Escriba una expresión exponencial general para el número de centavos que recibirá el día n .
- e) Escriba una expresión exponencial para el número de centavos que recibirá el día 30.
- f) Calcule el valor de la expresión en la parte e). Utilice una calculadora si tiene alguna disponible.
- g) Determine la cantidad, en dólares, que encontró en la parte f).
- h) Escriba una expresión exponencial general para el número de dólares que recibirá en el día n .

Ejercicios de repaso acumulativo

- [1.2] 144. Si $A = \{3, 4, 6\}$ y $B = \{1, 2, 5, 9\}$, determine
 a) $A \cup B$ y
 b) $A \cap B$.
145. Ilustre el conjunto siguiente en la recta numérica:
 $\{x \mid -3 \leq x < 2\}$.
- [1.4] 146. Evalúe $8 + |12| \div |-3| - 4 \cdot 2^2$.
147. Evalúe $\sqrt[3]{-125}$.